Correction de l'épreuve commune – Version A.

Exercice 1:

1) $f(\boxed{\mathbf{1{,}3}}) = 7{,}02$ et $f(0{,}6) = \boxed{\mathbf{4{,}08}}$.

2) La formule à saisir dans la cellule B2 est $\boxed{\mathbf{= 8*B1-2*B1*B1}}$.

3) a) L'image de 3 est $\boxed{\mathbf{6}}$.

   b) $\boxed{\mathbf{0{,}42}}$ est un antécédent de 3. (ou bien $\boxed{\mathbf{3{,}58}}$).

   c) $f(\boxed{\mathbf{0{,}5}}) = 3{,}5$ (ou bien $f(\boxed{\mathbf{3{,}5}}) = 3{,}5$) et $f(2{,}5) = \boxed{\mathbf{7{,}5}}$.

   d)
$$\begin{aligned} f(2{,}2) &= 8\times2{,}2 - 2\times2{,}2^2 \\ &= 8\times2{,}2 - 2\times4{,}84 \\ &= 17{,}6 - 9{,}68 \\ &= \boxed{\mathbf{7{,}92}}. \end{aligned}$$

   e) $f(2) = 8$ signifie que si Mathilde place le poteau B à 2 m du mur, alors la surface de l'enclos est de 8 m².

   f) D'après le graphique, la surface de l'enclos est maximale lorsque AB = 2 cm.
   Dans ce cas, $BC = 8 - 2\times2 = 8 - 4 = 4$ m.
   Donc les dimensions de l'enclos sont $\boxed{\mathbf{AB = DC = 2\ m}}$ et $\boxed{\mathbf{BC = 4\ m}}$.

Exercice 2:

1) Les droites (EB) et (FC) sont sécantes en A et (EF)//(BC), donc le théorème de Thalès s'écrit :

$$\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC} \qquad \text{donc} \qquad \frac{3{,}5}{5} = \frac{AF}{6{,}5} = \frac{5{,}6}{BC}$$

$$\frac{3{,}5}{5} = \frac{5{,}6}{BC}, \text{ donc } BC = \frac{5\times5{,}6}{3{,}5} = \boxed{\mathbf{8\ cm}}.$$

3) Les droites (KC) et (GB) sont sécantes en A.

D'une part : $\dfrac{AK}{AC} = \dfrac{2{,}6}{6{,}5} = 0{,}4$.

D'autre part : $\dfrac{AG}{AB} = \dfrac{2}{5} = 0{,}4$.

On constate que $\dfrac{AK}{AC} = \dfrac{AG}{AB}$, de plus les points A, K et C sont alignés dans le même ordre que A, G et B, donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (KG) et (BC) sont parallèles.

4) D'une part : $BC^2 = 8^2 = 64$.

D'autre part : $AB^2 + AC^2 = 5^2 + 6{,}5^2 = 25 + 42{,}25 = 67{,}25$.

On constate que $BC^2 \neq AB^2 + AC^2$. L'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée, donc le triangle ABC n'est pas rectangle en A.

Les droites (AC) et (AB) ne sont donc pas perpendiculaires.

Exercice 3:

I- 1) $A = (4x + 1)(3x - 2) + (6x + 5)(2 - x)$

$= 12x^2 - 8x + 3x - 2 + 12x - 6x^2 + 10 - 5x$

$= \boxed{\mathbf{6x^2 + 2x + 8}}$.

2) Pour $x = 2$, $A = 6\times2^2 + 2\times2 + 8$

$= 6\times4 + 2\times2 + 8$

$= 24 + 4 + 8$

$= \boxed{\mathbf{36}}$.

II- 1) $B = (5x - 2)(3x + 1) - (5x - 2)(3x - 1)$

$= (5x - 2)[\,(3x + 1) - (3x - 1)\,]$

$= (5x - 2)(\,3x + 1 - 3x + 1)$

$= \boxed{\mathbf{2(5x - 2)}}$.

2) Pour $x = -2$, $B = 2\times(5\times(-2) - 2)$

$= 2\times(-10 - 2)$

$= 2\times(-12)$

$= \boxed{\mathbf{-24}}$.

3) $2(5x - 2) = 226$

$10x - 4 = 226$

$10x = 230$

$x = 23$

L'expression B est égale à 226 pour $x = \boxed{\mathbf{23}}$.

Correction de l'épreuve commune – Version B.

Exercice 1:

1) f($\boxed{\mathbf{0,9}}$) = 7,38 et f(0,3) = $\boxed{\mathbf{2,82}}$.

2) La formule à saisir dans la cellule B2 est $\boxed{\textbf{= 10*B1–2*B1*B1}}$.

3) a) L'image de 2 est $\boxed{\mathbf{12}}$.

b) $\boxed{\mathbf{0,2}}$ est un antécédent de 2. (ou bien $\boxed{\mathbf{4,8}}$).

c) f($\boxed{\mathbf{1,5}}$) = 10,5 (ou bien f($\boxed{\mathbf{3,5}}$) = 10,5) et f(4) = $\boxed{\mathbf{8}}$.

d)
$$\begin{aligned} f(3,2) &= 10\times3,2 - 2\times3,2^2 \\ &= 10\times3,2 - 2\times10,24 \\ &= 32 - 20,48 \\ &= \boxed{\mathbf{11,52}}. \end{aligned}$$

e) f(2,5) = 12,5 signifie que si Mathilde place le poteau B à 2,5 m du mur, alors la surface de l'enclos est de 12,5 m².

f) D'après le graphique, la surface de l'enclos est maximale lorsque AB = 2,5 cm.
Dans ce cas, BC = 8 – 2×2,5 = 8 – 5 = 3 m.
Donc les dimensions de l'enclos sont $\boxed{\textbf{AB = DC = 2,5 m}}$ et $\boxed{\textbf{BC = 3 m}}$.

Exercice 2:

1) Les droites (DF) et (EG) sont sécantes en C et (DE)//(FG), donc le théorème de Thalès s'écrit :

$$\frac{CD}{CF} = \frac{CE}{CG} = \frac{DE}{FG} \quad \text{donc} \quad \frac{2,8}{7} = \frac{CE}{9,1} = \frac{4,6}{FG}$$

$$\frac{2,8}{7} = \frac{4,6}{FG}, \quad \text{donc} \quad FG = \frac{7\times4,6}{2,8} = \boxed{\mathbf{11,5\ cm}}.$$

3) Les droites (AG) et (BF) sont sécantes en C.

D'une part : $\dfrac{CA}{CG} = \dfrac{3,9}{9,1}$.

D'autre part : $\dfrac{CB}{CF} = \dfrac{3}{7}$.

3,9×7 = 27,3 et 9,1×3 =27,3 donc $\dfrac{CA}{CG} = \dfrac{CB}{CF}$.

De plus les points C, A et G sont alignés dans le même ordre que C, B et F, donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (AB) et (FG) sont parallèles.

4) D'une part : $FG^2 = 11{,}5^2 = 132{,}25$.

D'autre part : $CF^2 + CG^2 = 7^2 + 9{,}1^2 = 49 + 82{,}81 = 131{,}81$.

On constate que $FG^2 \neq CF^2 + CG^2$. L'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée, donc le triangle CFG n'est pas rectangle en C.

Les droites (CF) et (CG) ne sont donc pas perpendiculaires.

<u>Exercice 3:</u>

I- 1)
$$\begin{aligned} A &= (3x + 1)(2x - 3) + (3x + 4)(2 - x) \\ &= 6x^2 - 9x + 2x - 3 + 6x - 3x^2 + 8 - 4x \\ &= \boxed{\mathbf{3x^2 - 5x + 5}}. \end{aligned}$$

2) Pour $x = 2$,
$$\begin{aligned} A &= 3\times2^2 - 5\times2 + 5 \\ &= 3\times4 - 5\times2 + 5 \\ &= 12 - 10 + 5 \\ &= 2 + 5 \\ &= \boxed{\mathbf{7}}. \end{aligned}$$

II- 1)
$$\begin{aligned} B &= (5x + 2)(3x - 1) - (5x - 2)(3x - 1) \\ &= (3x - 1)[\,(5x + 2) - (5x - 2)\,] \\ &= (3x - 1)(\,5x + 2 - 5x + 2) \\ &= \boxed{\mathbf{4(3x - 1)}}. \end{aligned}$$

2) Pour $x = -2$,
$$\begin{aligned} B &= 4\times(3\times(-2) - 1) \\ &= 4\times(-6 - 1) \\ &= 4\times(-7) \\ &= \boxed{\mathbf{-28}}. \end{aligned}$$

3)
$$\begin{aligned} 4(3x - 1) &= 320 \\ 12x - 4 &= 320 \\ 12x &= 324 \\ x &= 27 \end{aligned}$$

L'expression B est égale à 320 pour $x = \boxed{\mathbf{27}}$.