Corrigé du sujet de Pondichéry – Avril 2013

Exercice 1:

- Affirmation 1 : C'est **VRAI**.
  $(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1) = (\sqrt{5})^2 - 1^2 = 5 - 1 = 4$.
  Et 4 est bien un nombre entier.

- Affirmation 2 : C'est **FAUX**.
  Le nombre 4 admet 3 diviseurs : 1 , 2 et 4.

- Affirmation 3 : C'est **VRAI**.
  Un cube possède 6 faces, une pyramide à base carrée en possède 5 et un pavé droit en possède 6.
  On a bien : 6 + 5 + 6 = 17 faces.

- Affirmation 4 : C'est **FAUX**.
  Les droites (AC) et (BD) sont sécantes en O.
  D'une part : $\dfrac{OA}{OC} = \dfrac{2,8}{5}$
  D'autre part : $\dfrac{OB}{OD} = \dfrac{2}{3,5}$
  $2,8 \times 3,5 = 9,8$ et $5 \times 2 = 10$ donc $\dfrac{OA}{OC} \neq \dfrac{OB}{OD}$.
  Ainsi les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles.

Exercice 2:

1) Il y a $1 + 2 + 2 = \boxed{5}$ plantules qui ont une taille d'au plus 12 cm.

2) L'étendue de cette série est $22 - 0 = \boxed{\textbf{22 cm}}$.

3) $\dfrac{1\times0+2\times8+2\times12+4\times14+2\times16+2\times17+3\times18+3\times19+4\times20+4\times21+2\times22}{29} \approx 16,6$.

   La moyenne de cette série est d'environ **16,6 cm**.

4) Il y a 29 valeurs donc la médiane est la 15$^{\text{ème}}$ valeur, c'est-à-dire **18 cm**.
   Cela signifie qu'il y autant de plantules mesurant moins de 18 cm que de plantules mesurant plus de 18 cm.

5) $\dfrac{4+2+2+3+3+4+4+2}{29} \times 100 = \dfrac{24}{29} \times 100 \approx 83$. Environ 83% des élèves ont bien respecté le protocole.

6) Avec la mesure du professeur, la série compte 30 valeurs. La médiane se situe alors entre la 15$^{\text{ème}}$ et la 16$^{\text{ème}}$ valeur.
   Dans la série initiale, les 14$^{\text{ème}}$, 15$^{\text{ème}}$ et 16$^{\text{ème}}$ valeurs sont 18 cm.

   Si la mesure du professeur est inférieure à 18, la valeur 18 cm occupe alors les 15$^{\text{ème}}$, 16$^{\text{ème}}$ et 17$^{\text{ème}}$ rangs,
   donc la médiane reste 18 cm.

   Si la mesure du professeur est supérieure à 18, la valeur 18 cm reste aux 14$^{\text{ème}}$, 15$^{\text{ème}}$ et 16$^{\text{ème}}$ rangs,
   donc la médiane reste 18 cm.

   Si la mesure du professeur est égale à 18, la valeur 18 cm occupe alors les 14$^{\text{ème}}$, 15$^{\text{ème}}$, 16$^{\text{ème}}$ et 17$^{\text{ème}}$ rangs,
   donc la médiane reste 18 cm.

Exercice 3:

1) $P = m \times g_T = 70 \times 9,8 = 686$

Le poids d'un homme de 70 kg sur Terre est de $\boxed{\textbf{686 Newton}}$.

2) a) Puisque la relation $P = mg$ reste valable sur la Lune, le poids P s'obtient en multipliant la masse m par le même nombre g. Ce tableau est donc un tableau de proportionnalité.

b) g_L est le coefficient de proportionnalité et on obtient : $g_L = \dfrac{17}{10} = \boxed{\mathbf{1,7}}$.

c) $\dfrac{g_T}{g_L} = \dfrac{9,8}{1,7} \approx 5,8$ donc $g_T \approx 6 \times g_L$.

Donc $\boxed{\textbf{oui}}$, on pèse environ 6 fois moins lourd sur la Lune que sur la Terre.

3) a) Dans le triangle BCD rectangle en D, on a:

$$\tan \widehat{BCD} = \frac{BD}{CD}$$

$$\tan 4,3° = \frac{BD}{29}$$

$BD = 29 \times \tan 4,3° \approx \boxed{\textbf{2,2 km}}$.

b) $AB = \dfrac{29 \times 100}{20} = \boxed{\textbf{145 km}}$.

Exercice 4:

1) $2 \times 6^2 - 3 \times 6 - 9 = 2 \times 36 - 3 \times 6 - 9 = 72 - 18 - 9 = 45$.

On obtient 45 dans la cellule B17.

2) $-1,5$ et 3 sont deux solutions de l'équation $2x^2 - 3x - 9 = 0$.

3) $\mathcal{A}_{ABCD} = (2x + 3)(x - 3) = 2x^2 - 6x + 3x - 9 = 2x^2 - 3x - 9$.

On obtient l'expression du tableur qui vaut 5 pour $x = -2$ et pour $x = 3,5$.

Or $AD = x - 3$, donc x ne peut pas valoir -2. Ainsi $\mathcal{A}_{ABCD} = 5$ cm² pour $\boxed{\mathbf{x = 3,5}}$.

Exercice 5:

1) a) Volume de la pyramide $= \dfrac{\mathcal{A}_{ABCD} \times \text{hauteur}}{3}$

donc $\dfrac{\mathcal{A}_{ABCD} \times 9}{3} = 108$

$\mathcal{A}_{ABCD} \times 9 = 108 \times 3$

$\mathcal{A}_{ABCD} \times 9 = 324$

$\mathcal{A}_{ABCD} = \dfrac{324}{9}$

$\boxed{\mathcal{A}_{ABCD} = \textbf{36 cm}^2}$.

b) AB = $\sqrt{36}$ = $\boxed{\textbf{6 cm}}$.

c) • <u>Calculons AC :</u>

ABC étant un carré, le triangle ABC est isocèle et rectangle en B.

Le théorème de Pythagore s'écrit alors :

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$AC^2 = 6^2 + 6^2$

$AC^2 = 36 + 36$

$AC^2 = 72$

$AC = \sqrt{72} = \sqrt{36 \times 2} = \sqrt{36} \times \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$ cm.

• Le périmètre du triangle ABC est donc égal à $6 + 6 + 6\sqrt{2} = \boxed{\mathbf{12 + 6\sqrt{2}\ cm}}$.

2) a) • <u>Cherchons le rapport de réduction k :</u>

$\mathcal{A}_{MNOP} = 4$ cm² donc $MN = \sqrt{4} = 2$ cm.

Ainsi $k = \dfrac{MN}{AB} = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$.

• $\mathcal{V}_{SMNOP} = \mathcal{V}_{SABCD} \times \left(\dfrac{1}{3}\right)^3 = 108 \times \left(\dfrac{1}{3}\right)^3 = 108 \times \dfrac{1}{27} = \boxed{\mathbf{4\ cm^3}}$.

b) Les périmètres étant des longueurs, le périmètre du triangle MNO s'obtient en multipliant le périmètre du triangle ABC par le rapport de réduction $\dfrac{1}{3}$.

Or multiplier par $\dfrac{1}{3}$ revient à diviser par 3, donc **Elise a raison**.

<u>Exercice 6:</u>

1) 255 jours = 255 × 24 = 6 120 h.

Le vol a duré **6 120 heures**.

2) $\dfrac{560\,000\,000}{6\,120} \approx 91\,500$.

La vitesse moyenne du Rover est d'environ **91 500 km/h**.

3) • <u>Temps mis par le signal :</u>

$\dfrac{248\,000\,000}{300\,000} \approx 827$ secondes ≈ 14 minutes.

• Les premières images sont parvenues à la NASA à environ 7 h 48 min + 14 min = **8 h 02 min**.