DNB 2013 – Corrigé de l'épreuve de mathématiques

Exercice 1:

1) L'aire de MNPQ est égale à 10 cm² pour $\boxed{\textbf{AM = 1 cm}}$ et pour $\boxed{\textbf{AM = 3 cm}}$.

2) Lorsque AM = 0,5 cm, l'aire de MNPQ vaut environ $\boxed{\textbf{12,5 cm}^2}$.

3) L'aire de MNPQ est minimale pour $\boxed{\textbf{AM = 2 cm}}$. Cette aire vaut alors $\boxed{\textbf{8 cm}^2}$.

Exercice 2:

1) L'image de -3 par f est $\boxed{\mathbf{22}}$.

2) $f(7) = -5\times 7 + 7 = -35 + 7 = \boxed{\mathbf{-28}}$.

3) $\boxed{\mathbf{f(\mathit{x}) = -5\mathit{x} + 7}}$.

4) La formule saisie dans la cellule B3 est $\boxed{\textbf{= B1*B1 + 4}}$.

Exercice 3:

1) Le salaire moyen des femmes est :

$$\frac{1200+1230+1250+1310+1370+1400+1440+1500+1700+2100}{10} = 1\,450\ €.$$

1 450 < 1 769, donc le salaire moyen des femmes est inférieur au salaire moyen des hommes.

2) La probabilité que cette personne soit une femme est : $\frac{10}{10+20} = \frac{10}{30} = \boxed{\mathbf{\frac{1}{3}}}$.

3) • <u>Salaire le plus élevé chez les hommes :</u>

Le plus petit salaire étant de 1 000 €, il s'agit du salaire d'un homme. Sachant que l'étendue des salaires des hommes est de 2 400 €, le salaire le plus élevé chez les hommes est de : 1 000 + 2 400 = 3 400€.

• <u>Salaire le plus élevé chez les femmes :</u> 2 100 €.

3 400 > 2100, donc le salaire le plus élevé de l'entreprise est $\boxed{\textbf{3 400 €}}$.

4) • <u>Nombre d'hommes gagnant plus de 2 000 € :</u>

La médiane est de 2 000 €. Sachant qu'il y a 20 hommes et que tous les salaires sont différents, cela signifie que 10 hommes gagnent plus de 2 000 €.

Une seule femme gagnant plus de 2 000 €, il y a 10 + 1 = $\boxed{\mathbf{11}}$ personnes qui gagnent plus de 2 000 €.

Exercice 4:

Figure 1:

Dans le triangle ABC rectangle en A, on a :

$\sin \widehat{ABC} = \dfrac{AC}{BC}$

$\sin \widehat{ABC} = \dfrac{3}{6}$

$\widehat{ABC} = \boxed{\mathbf{30°}}$.

Figure 2:

- Montrons que $\widehat{BCA} = 90°$:

  Le triangle ABC est inscrit dans un cercle de diamètre [AB], donc il est rectangle en C.

  Par conséquent $\widehat{BCA} = 90°$.

- $\widehat{ABC} = 180 - (90 + 59) = 180 - 59 = \boxed{\mathbf{31°}}$.

Figure 3:

- ABCDE est un pentagone régulier, donc chaque angle au centre mesure : $\dfrac{360}{5} = 72°$.
- Chaque triangle est isocèle en O, donc les autres angles mesurent : $(180 - 72) \div 2 = 108 \div 2 = 54°$.

Par conséquent $\widehat{ABC} = 54 \times 2 = \boxed{\mathbf{108°}}$.

Exercice 5:

1) - Volume des 300 parpaings : $50 \times 10 \times 20 \times 300 = 3\ 000\ 000\ \text{cm}^3 = 3\ \text{m}^3$.
   - Volume transportable : $2{,}60 \times 1{,}56 \times 1{,}84 \approx 7{,}5\ \text{m}^3$.

   $3 < 7{,}5$ donc le volume est transportable en un seul aller-retour.

   - Masse des 300 parpaings : $300 \times 10 = 3\ 000$ kg = 3 tonnes.

   La charge maximale étant de 1,7 tonne ; il faudra effectuer deux aller-retour pour transporter les 300 parpaings.

2) - Coût de la location :

     Les deux aller-retour représentent $10 \times 4 = 40$ km.

     D'après les tarifs, le coût de la location est de 55 €.

   - Consommation du carburant : $\dfrac{8 \times 40}{100} = 3{,}2$ L.
   - Coût du carburant : $3{,}2 \times 1{,}5 = 4{,}80$ €.

   Le coût total du transport est de $55 + 4{,}80 = \boxed{\mathbf{59{,}80\ €}}$.

3) $\dfrac{48}{30} = 1{,}6$ et $\dfrac{55}{50} = 1{,}1$. Les quotients ne sont pas égaux, donc les tarifs de location ne sont pas proportionnels à la distance maximale autorisée.

Exercice 6:

1) a) • Calculons EO :

$EO = 5 \div 2 = 2{,}5$ m.

• Montrons que les droites (CB) et (SO) sont parallèles :

$(CB) \perp (AL)$ et $(SO) \perp (AL)$, donc $(CB) /\!/ (SO)$.

• Calculons SO :

Les droites (CS) et (BO) sont sécantes en A, et $(CB) /\!/ (SO)$, donc le théorème de Thalès s'écrit :

$$\frac{AC}{AS} = \frac{AB}{AO} = \frac{CB}{SO} \quad \text{donc} \quad \frac{AC}{AS} = \frac{3{,}2}{3{,}2 + 2{,}3 + 2{,}5} = \frac{1}{SO}$$

$$\frac{3{,}2}{8} = \frac{1}{SO} \quad \text{donc} \quad SO = \frac{1 \times 8}{3{,}2} = 2{,}5 \text{ m}$$

La hauteur de sel est bien de 2,50 mètres.

b) Le volume de sel est : $\dfrac{\pi \times 2{,}5^2 \times 2{,}5}{3} \approx \boxed{\mathbf{16\ m^3}}$.

2) On cherche le rayon r tel que $\dfrac{\pi \times r^2 \times 6}{3} = 1\,000$.

$$\pi \times r^2 \times 6 = 3\,000$$

$$\pi \times r^2 = 500$$

$$r^2 = \frac{500}{\pi}$$

$$r = \sqrt{\frac{500}{\pi}} \approx 12{,}6 \text{ m.} \qquad (r\ Ã\ 0)$$

Il faut prévoir un rayon minimum d'environ $\boxed{\mathbf{12{,}6\ m}}$.

Exercice 7:

Affirmation 1 : C'est **VRAI**.

- La proportion de majeurs entre 18 et 25 ans est : $1 - \dfrac{1}{3} = \dfrac{3}{3} - \dfrac{1}{3} = \dfrac{2}{3}$.
- La proportion de majeurs est : $1 - \dfrac{3}{4} = \dfrac{4}{4} - \dfrac{3}{4} = \dfrac{1}{4}$.

La proportion des adhérents ayant entre 18 et 25 ans est donc $\dfrac{2}{3} \times \dfrac{1}{4} = \dfrac{2}{12} = \dfrac{1}{6}$.

Affirmation 2 : C'est **FAUX**.

Après une baisse de 30 % et une autre de 20 %, le prix est multiplié par :

$$\left(1 - \frac{30}{100}\right) \times \left(1 - \frac{20}{100}\right) = 0{,}7 \times 0{,}8 = 0{,}56 = 1 - \frac{44}{100}.$$

Il y a donc une baisse de 44 %.

Affirmation 3 : C'est $\boxed{\textbf{VRAI}}$.

$$\begin{aligned}(n+1)^2-(n-1)^2 &= n^2+2n+1-(n^2-2n+1)\\ &= n^2+2n+1-n^2+2n-1\\ &= 4n.\end{aligned}$$

$4n = 4\times n$, c'est un multiple de 4.