DNB 2014
Corrigé de l'épreuve de Mathématiques

Exercice 1:

1) Figure. (Chaque angle au centre mesure $360 \div 8 = 45°$)

2) Le triangle DAH est inscrit dans un cercle de diamètre [DH], donc il est rectangle en A.

3) L'angle inscrit $\widehat{BEH}$ et l'angle au centre $\widehat{BOH}$ interceptent le même arc,

donc $\widehat{BEH} = \widehat{BOH} \div 2 = (45 \times 2) \div 2 = \boxed{\mathbf{45°}}$.

Exercice 2:

1) Les magasins A et B ne proposent aucune réduction pour un cahier acheté. Le magasin C qui propose 30 % sur chaque cahier est donc le plus intéressant.

2) Appelons x le prix d'un cahier avant promotion.

a) Le prix de deux cahiers est de :

- Dans le magasin A : $2x$.
- Dans le magasin B : $x + 0{,}5x = 1{,}5x$.
- Dans le magasin C : $2x \times \left(1 - \frac{30}{100}\right) = 2x \times 0{,}7 = 1{,}4x$.

$1{,}4x < 1{,}5x < 2x$ donc Léa doit choisir le **magasin C** si elle veut acheter deux cahiers.

b) Le prix de trois cahiers est de :

- Dans le magasin A : $2x$.
- Dans le magasin B : $x + 0{,}5x + x = 2{,}5x$.
- Dans le magasin C : $3x \times \left(1 - \frac{30}{100}\right) = 3x \times 0{,}7 = 2{,}1x$.

$2x < 2{,}1x < 2{,}5x$ donc Léa doit choisir le **magasin A** si elle veut acheter trois cahiers.

3) Prix d'un cahier dans le magasin C : $x \times \left(1 - \frac{30}{100}\right) \times \left(1 - \frac{10}{100}\right) = x \times 0{,}7 \times 0{,}9 = 0{,}63x$.

Or $0{,}63x = \left(1 - \frac{37}{100}\right) \times x$, donc le pourcentage de réduction totale est de $\boxed{\mathbf{37\ \%}}$.

Exercice 3:

1) $(8-6)\times(8-2) = 2 \times 6 = 12$. Donc si on choisit 8, on obtient bien 12.

2) • Proposition 1: $\boxed{\textbf{Vrai}}$.

Si on choisit 4 par exemple, on obtient : $(4-6)\times(4-2) = -2 \times 2 = -4$.

• Proposition 2: $\boxed{\textbf{Vrai}}$.

Si on choisit $\frac{1}{2}$, on obtient : $\left(\frac{1}{2}-6\right)\times\left(\frac{1}{2}-2\right) = \left(\frac{1}{2}-\frac{12}{2}\right)\times\left(\frac{1}{2}-\frac{4}{2}\right) = \frac{-11}{2}\times\frac{-3}{2} = \frac{33}{4}$.

• Proposition 3: $\boxed{\textbf{Vrai}}$.

Si on choisit un nombre x, on obtient : $(x-6)\times(x-2)$.

Or le produit $(x-6)\times(x-2)$ est nul si l'un au moins des facteurs est nul.

Soit $x - 6 = 0$	Soit $x - 2 = 0$
$x = 6$	$x = 2$

Le programme donne 0 pour les deux nombres 6 et 2.

• Proposition 4: $\boxed{\textbf{Faux}}$.

Si on choisit un nombre x, on obtient : $(x-6)\times(x-2) = x^2 - 2x - 6x + 12 = x^2 - 8x + 12$.

Ce n'est pas l'expression d'une fonction linéaire.

Exercice 4:

1) a) La couleur la plus présente est la couleur $\boxed{\textbf{jaune}}$.

b) Il a saisi la formule $\boxed{\textbf{= B2/A2}}$.

2) $\frac{1}{5} = \frac{4}{20}$ donc il y a $\boxed{\textbf{4}}$ jetons rouges dans le sac.

Exercice 5:

• Question 1: Réponse d) $\boxed{\textbf{8}}$. (les volumes sont multipliés par $2^3 = 8$)

• Question 2: Réponse a) $\boxed{\textbf{10 m.s}^{-1}}$. ($36\text{ km.h}^{-1} = 36\,000\text{ m.h}^{-1} = 10\text{ m.s}^{-1}$)

• Question 3: Réponse c) $\boxed{\sqrt{\textbf{21}}}$. $\left(\frac{\sqrt{525}}{5} = \frac{\sqrt{25\times 21}}{5} = \frac{\sqrt{25}\times\sqrt{21}}{5} = \frac{5\times\sqrt{21}}{5} = 5\right)$

• Question 4: Réponse a) $\boxed{\textbf{25}}$. $\left(\frac{1{,}5\times 10^{12}}{60\times 10^{9}} = \frac{1{,}5}{60}\times\frac{10^{12}}{10^{9}} = 0{,}025\times 10^{3} = 25\right)$

Exercice 6:

1) Le quadrilatère PQCA possède 3 angles droits, donc c'est un rectangle. Ainsi, QC = PA = 0,65 m.

$$\frac{QK}{QP} = \frac{QC - CK}{QP} = \frac{0,65 - 0,58}{5} = \frac{0,07}{5} = 0,014.$$

Les feux sont bien réglés avec une inclinaison de $\boxed{\mathbf{0,014}}$.

2) Dans le triangle PQK rectangle en Q, on a :

$$\tan \widehat{QPK} = \frac{QK}{PQ}$$

$$\tan \widehat{QPK} = \frac{0,07}{5}$$

$$\widehat{QPK} \approx \boxed{\mathbf{0,8°}}.$$

3) • $\widehat{APS} \approx 90 - 0,8 = 89,2°$.

• Dans le triangle PAS rectangle en P, on a : (PQCA est un rectangle)

$$\tan \widehat{APS} = \frac{AS}{PA}$$

$$\tan 89,2° \approx \frac{AS}{0,65}$$

$$AS \approx 0,65 \times \tan 89,2° \approx \boxed{\mathbf{47\ m}}.$$

(*On aurait pu utiliser le théorème de Thalès en justifiant au préalable que (PQ)⫽(AS).*)

Exercice 7:

1) • Volume d'une botte de paille : $90 \times 45 \times 35 = 141\ 750\ cm^3 = 0,141\ 750\ m^3$.

• Masse d'une botte de paille : $90 \times 0,141\ 750 = 12,757\ 5$ kg $= 0,012\ 757\ 5$ t.

• Prix d'une botte de paille : $0,012\ 757\ 5 \times 40 = 0,510\ 3$ €.

Le prix d'une botte de paille arrondi au centième est bien de $\boxed{\mathbf{0,51\ €}}$.

2) a) • Calculons JF :

Le bâtiment étant un prisme droit, IA = FB = GC = 5 m.

Dans le triangle JIF rectangle en I, le théorème de Pythagore s'écrit :

$JF^2 = IJ^2 + IF^2$

$JF^2 = (7,7 - 5)^2 + 3,6^2$

$JF^2 = 2,7^2 + 3,6^2$

$JF^2 = 7,29 + 12,96$

$JF^2 = 20,25$

$JF = \sqrt{20,25} = 4,5$ m.

- <u>Calculons le nombre de bottes en longueur et en largeur :</u>

  Le bâtiment étant un prisme droit, JFGK est un rectangle.

  Il faut $15{,}3 \div 0{,}9 = 17$ bottes en longueur et $4{,}5 \div 0{,}45 = 10$ bottes en largeur.

Il devra commander $17 \times 10 = \boxed{\mathbf{170}}$ bottes de paille.

b) Pour isoler le toit, le coût de la paille est $170 \times 0{,}51 = \boxed{\mathbf{86{,}70\ €}}$.